

Analiza laboratorijske izvedbe radialnega aktivnega magnetnega ležaja

Boštjan Polajžer¹, Gorazd Štumberger¹, Drago Dolinar¹, Kay Hameyer²

¹Univerza v Mariboru, Fakulteta za elektrotehniko računalništvo in informatiko, Smetanova 17, 2000 Maribor, Slovenija

²Katholieke Universiteit Leuven, Department E.E.(ESAT), Division ELEN, Kardinaal Mercierlaan 94, B-3001 Leuven, Belgium

E-pošta: bostjan.polajzer@uni-mb.si

Povzetek. V članku je podana analiza radialnega aktivnega magnetnega ležaja. Najprej je opisana laboratorijska izvedba magnetnega ležaja, za katerega je zapisan linearizirani model. Pri tem sta definirana dva parametra: tokovno ojačenje in togost položaja. Določena je karakteristika sile, in sicer na dva načina. Prvič z numeričnim izračunom z metodo končnih elementov ter z uporabo Maxwellovega tenzorja napetosti in drugič eksperimentalno, z meritvami na objektu. Iz dobljenih rezultatov sta določena tokovno ojačenje in togost položaja za celotno delovno področje. Rezultate je mogoče uporabiti za sintezo robustnega vodenja z linearizacijo v celotnem delovnem področju.

Ključne besede: aktivni magnetni ležaji, modeliranje, analiza

Analysis of the Laboratory Implementation of Radial Active Magnetic Bearing

Extended abstract. Magnetic bearings are technical applications of a stable rotor levitation. All six degrees of freedom of the levitating body should be controlled, which is not possible by using permanent magnets only [1]. Though there are several principles of magnetic bearings known [2], the principles based on controlled electro-magnetic circuits to provide the attractive force are the ones that are in common use. Two electromagnets on the opposite sides of the ferromagnetic rotor pull the rotor in the opposite directions. As such a system is unstable, therefore a rotor position control is required. Bearings using this principle are called active magnetic bearings (AMB).

AMB consist of two radial bearings, each controlling the motion of the rotor shaft in vertical and horizontal direction. Stabilization of the shaft in axial direction is achieved by the axial bearing while the shaft rotation is controlled by an independent driving motor. Due to their non-contact operation, AMB offer significant advantages. Higher speed, no friction, no lubrication, precise position control and active vibration damping make them particularly appropriate for high-speed rotating machines. Technical applications include pumps, centrifuges and precise machine tools.

The control design, as well as stability and robustness of the controlled AMB, are strongly dependent on the bearing statics and dynamic properties. Therefore, the knowledge of the force characteristic and parameters of the linearized mathematical model are matters of great importance for the entire operating range. The finite element method [3], as well as measurements [4], may be a very helpful tool for their determination.

In this work, an analysis of the radial AMB is given. At the beginning, a laboratory implementation of the magnetic bearing is briefly described. In order to linearize force-current relation and to obtain a SISO system, a differential driving mode is introduced. Also, the linearized model is given together with a

definition of two parameters, i.e. the current gain and the position stiffness. Furthermore, two procedures for the force characteristic determination are described. First, the finite element method is used where the force is calculated by the Maxwell's stress tensor method using [5]. Second, the experimental procedure is presented. As a result, a comparison of the calculated and measured force characteristic is made. At the end, the current gain and position stiffness are determined in the entire operating range. The agreement between the calculated results and measured values is very good in the whole operating range. In future, the obtained results will be applied in the robust control design with a linearization in the entire operating range.

Key words: active magnetic bearings, modeling, analysis

1 Uvod

Magnetni ležaji so tehniška aplikacija stabilnega lebdenja rotirajočega masnega telesa. Pri tem je treba nadzorovati vseh šest prostostnih stopenj, česar pa ni mogoče doseči zgolj s trajnimi magneti [1]. Poznamo več različnih principov magnetnega brezkontaktnega uležajenja [2], a se je zdaleč najbolj uveljavil princip, kjer z elektromagneti ustvarjamo privlačno silo, ki deluje na feromagnetni rotor. Magnetni ležaji, ki temeljijo na tem principu, pomenijo nestabilen sistem, stabilizacijo položaja rotorja pa dosežemo z ustreznim vodenjem. Takšne ležaje imenujemo aktivni magnetni ležaji.

Poleg visokih hitrosti vrtenja odlikujejo postroje z aktivnimi magnetnimi ležaji nizke izgube in minimalno vzdrževanje, predvsem pa natančno pozicioniranje gredi, hitra dinamika in aktivna kompenzacija vibracij. Zaradi opisanih lastnosti se aktivni magnetni ležaji uporabljajo v številnih tehničnih aplikacijah hitrotekočih rotacijskih strojev. Na primer pri črpalkah v plinski in naftni industriji, v eksperimentalni fiziki pri centrifugah ter pri natančnih orodnih strojih v kovinskopredelovalni industriji.

Sistem aktivnih magnetnih ležajev je sklop dveh radialnih in enega aksialnega ležaja ter neodvisno vodenega pogonskega elektromotorja. Z enim aksialnim ležajem stabiliziramo gibanje gredi v aksialni smeri, z dvema radialnima ležajema, ki sta nameščena vsak na svojem koncu gredi, pa v vertikalni in horizontalni smeri. Posamezni radialni ležaj je sestavljen iz lameliranega statorja in rotorja. Stator je največkrat osempolen, na izraženih polih pa so nameščena navitja, ki so običajno vezana paroma zaporedno. Pri tem je napajanje izvedeno tako, da dobimo štiri magnetne kroge, ki določajo dva para elektromagnetov. En par elektromagnetov je nameščen na nasprotnih straneh rotorja in ustvarja privlačno silo, kar pomeni nestabilen sistem. Za stabilizacijo položaja gredi je potrebno ustrezno vodenje.

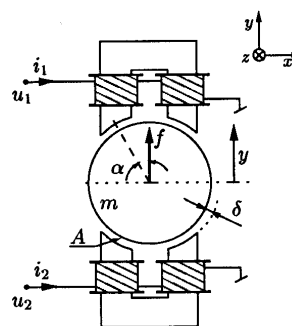
Obnašanje aktivnih magnetnih ležajev določajo statične in dinamične lastnosti. Karakteristika sile določa statične lastnosti ležaja v celotnem delovnem področju, za analizo dinamičnih lastnosti ter za sintezo robustnega vodenja pa moramo poznati vrednosti parametrov matematičnega modela ležaja v celotnem delovnem področju. Pri določitvi le-teh si lahko pomagamo z izračuni z metodo končnih elementov [3] ali z meritvami [4].

V članku je za opisani magnetni ležaj laboratorijske izvedbe najprej določen ustrezen matematični model. Zapisana je enačba sile, ki je nelinearna funkcija toka in položaja rotorja. Vpeljano je diferenčno napajanje, ki v dani delovni točki linearizira odvisnost sile od regulacijskega toka. S tem dobimo SISO sistem, za katerega je podan linearizirani matematični model. Pri tem sta definirana dva parametra: tokovno ojačenje in togost položaja.

V osrednjem delu članka sta opisana dva postopka določanja karakteristike sile radialnega magnetnega ležaja. Prvi postopek temelji na uporabi metode končnih elementov, kjer je sila izračunana s pomočjo Maxwellovega tenzorja napetosti. Pri tem je uporabljeno programsko okolje [5]. Drugi postopek je eksperimentalen, karakteristika sile pa je določena z meritvami. Za celotno delovno področje sta določena tokovno ojačenje in togost položaja. Ob koncu je izvedena primerjava izračunanih in izmerjenih rezultatov.

2 Laboratorijska izvedba magnetnega ležaja

Obraunavani sistem aktivnih magnetnih ležajev je zelo poenostavljen, saj je gred na eni strani uležajena s parom radialnih magnetnih ležajev, na drugi strani pa s krogličnim ležajem. S tem je gibanje gredi omejeno na tri prostostne stopnje. Rotacijo gredi obvladujemo z neodvisnim pogonskim motorjem, medtem ko za pomike gredi v vertikalni in horizontalni smeri ločeno skrbita dva aksialno alocirana radialna ležaja. Rotor in štiripolni stator posameznega ležaja sta iz lamelirane pločevine. Navitja so vezana paroma zaporedno in napajana tako, da dobimo dva elektromagneta, kar je shematično prikazano na sliki 1.



Slika 1. Shematični prikaz radialnega ležaja za y -os
Figure 1. Schematic presentation of a radial bearing for the y -axis

Pri matematičnem modeliranju radialnega ležaja s slike 1 ne upoštevamo vrtenja rotorja, zanemarimo nelinearnost železa ter predpostavimo enaka navitja posameznih elektromagnetov. Najprej izrazimo rezultantno elektromagnetno silo, pri čemer izhajamo iz magnetne energije v homogenem polju zračne reže. Ob upoštevanju, da sta gostoti magnetnega pretoka v zračni reži posameznega elektromagneta posledici tokov i_1 oziroma i_2 , zapišemo enačbo (1).

$$F = k \left(\frac{i_1^2}{(\delta - y)^2} - \frac{i_2^2}{(\delta + y)^2} \right) \quad (1)$$

Dobljena enačba opisuje nelinearno odvisnost rezultantne elektromagnetne sile od tokov obeh elektromagnetov in položaja rotorja, ki je označen z y . Pri tem je N število obojnih navitij posameznega elektromagneta, δ nazivna zračna reža in μ_0 permeabilnost praznega prostora. Površina enega pola je označena z A , polovični kot med poloma posameznega elektromagneta z α , konstanta označena s k pa združuje snovno-geometrijske lastnosti.

$$k = \frac{1}{4} \mu_0 N^2 A \cos \alpha$$

Z vpeljavo diferenčnega napajanja (2) skozi navitja obeh elektromagnetov vsilimo enak tok predmagnetizacije i_0 , ki mu v zgornjem elektromagnetu prištevamo, v

spodnjem elektromagnetu pa odštevamo regulacijski tok ($i_{\Delta} \leq i_0$).

$$i_1 := i_0 + i_{\Delta}, \quad i_2 := i_0 - i_{\Delta} \quad (2)$$

Izbira diferenčnega napajanja je kljub konstantim izgubam zaradi toka i_0 opravičljiva predvsem iz dveh razlogov. Prvič, za majhne odmike rotorja ($y \ll \delta$) postane odvisnost sile od regulacijskega toka linearna in drugič, ker dobimo SISO sistem.

Ob upoštevanju enačb (2) lineariziramo enačbo (1). Dobljena enačba (3) velja izključno v okolici delovne točke (i_{DT}, y_{DT}), ki jo praviloma postavimo tako: ($i_{DT} = i_0, y_{DT} = 0$). Pri tem sta definirana dva parametra: tokovno ojačenje (4) in togost položaja (5).

$$F = k_i i_{\Delta} + k_y y \quad (3)$$

$$k_i := \left. \frac{\partial F}{\partial i_{\Delta}} \right|_{DT} = 4k \frac{i_0}{\delta^2} \quad (4)$$

$$k_y := \left. \frac{\partial F}{\partial y} \right|_{DT} = 4k \frac{i_0^2}{\delta^3} \quad (5)$$

Če zapišemo še napetostne ravnotežne enačbe obeh elektromagnetov ter enačbo mehanskega ravnotežja, lahko ob upoštevanju enačbe (3) zapišemo linearizirani model ležaja s slike 1 v prostoru stanj (6). Tukaj je u_{Δ} regulacijska napetost, m masa rotorja z gredjo, R in L pa upornost in induktivnost navitja posameznega elektromagneta v delovni točki.

$$\begin{bmatrix} \dot{y} \\ \ddot{y} \\ \dot{i}_{\Delta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ \frac{k_y}{m} & 0 & \frac{k_i}{m} \\ 0 & -\frac{k_i}{L} & -\frac{R}{L} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y \\ \dot{y} \\ i_{\Delta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{1}{L} \end{bmatrix} u_{\Delta} \quad (6)$$

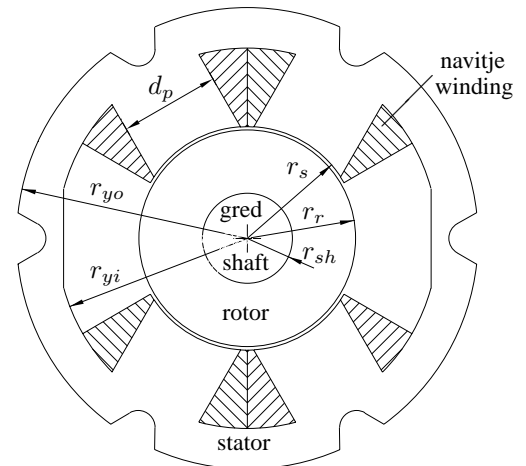
Za analizo dinamičnih lastnosti modela (6) in za sintezo ustreznega vodenja je nujno poznavanje parametrov modela. Maso gredi, upornosti in induktivnosti navitij običajno izmerimo, tokovno ojačenje in togost položaja pa lahko določimo analitično iz enačb (4) in (5). Če želimo zajeti tudi vpliv nelinearnih lastnosti železa, lokalnih nasičenj in stresanja polja, si pomagamo z numeričnim izračunom z uporabo metode končnih elementov ter z meritvami.

3 Numerični izračun sile

V tem poglavju je opisan postopek izračuna sile radialnega magnetnega ležaja s slike 2 s podatki iz tabele 3. Izračun z metodo končnih elementov je izveden v okviru programskega okolja [5]. Za izbrane točke (i_{Δ}, y) ga lahko opišemo z naslednjimi koraki.

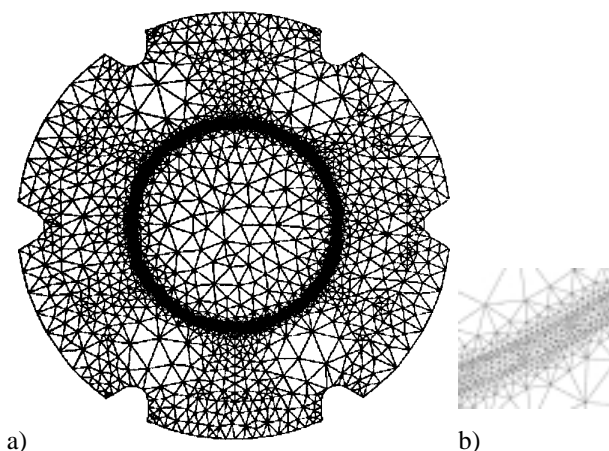
podatek	parameter	vrednost
polmer gredi	r_{sh} [mm]	8.00
polmer rotorja	r_r [mm]	19.25
polmer statorja	r_s [mm]	19.85
notranji polmer statorskega jarma	r_{yi} [mm]	33.80
zunanji polmer statorskega jarma	r_{yo} [mm]	41.00
širina pola	d_p [mm]	17.80
kot med poloma	2α [rad]	$\pi/3$
dolžina ležaja	l [mm]	30.70
število ovojev na pol	$N/2$	50
tok predmagnetizacije	i_0 [A]	2.5

Tabela 1. Podatki radialnega ležaja
Table 1. Data of the radial bearing



Slika 2. Geometrija radialnega ležaja
Figure 2. Geometry of the radial bearing

- **Korak 1:** Določimo nalogo, kar obsega: parametrični opis geometrije ležaja, definicijo materiala za posamezna sklenjena območja, določitev osnovne delitve robov in ustreznih robnih pogojev ter določitev tokovnih gostot navitij.
- **Korak 2:** Opravimo začetno diskretizacijo modela. Ker je za izračun sile najpomembnejši predel zračna reža, v zračni reži eksplicitno definiramo največjo velikost robov elementov [6]. S tem se izognemo klasični adaptaciji mreže, kar zmanjša računski čas 2. koraka za slabih 40 odstotkov. Mreža radialnega ležaja in zračne reže sta prikazana na slikah 3a,b).
- **Korak 3:** Nelinearno rešitev magnetnega vektorskega potenciala \mathbf{A} poiščemo z uporabo 2D izračuna z metodo končnih elementov. Formulacijo problema podaja Poissonova enačba (7), kjer je ν magnetna reluktanca, \mathbf{J} vektor tokovne gostote, ∇



Slika 3. Mreža: a) celoten ležaj, b) zračna reža
Figure 3. Mesh: a) the whole bearing, b) the air gap

pa Hamiltonov diferencialni operator. Na sliki 4 je za izbrani primer (i_{Δ}, y) podana porazdelitev magnetnega polja.

$$\nabla \cdot (\nu \nabla \mathbf{A}) = -\mathbf{J} \quad (7)$$

- **Korak 4:** Silo določimo z uporabo Maxwellovega tenzorja napetosti \mathbf{T} po enačbi (8). V dvorazsežnem primeru se integracija po sklenjeni ploskvi prevede v integracijo po sklenjeni konturi, ki jo postavimo na sredino zračne reže.

$$\mathbf{F} = \nu \oint_S \mathbf{T} d\mathbf{S} \quad (8)$$

4 Meritev sile

Verifikacijo numeričnega izračuna sile opravimo z meritvami na objektu, ki je prikazan na sliki 5. Meritev sile izvedemo prek ročice, ki poveže gred in merilnik sile. Položaj gredi merimo z induktivnim senzorjem. Vsak elektromagnet napajamo posebej s stabiliziranim virom enosmerne napetosti.

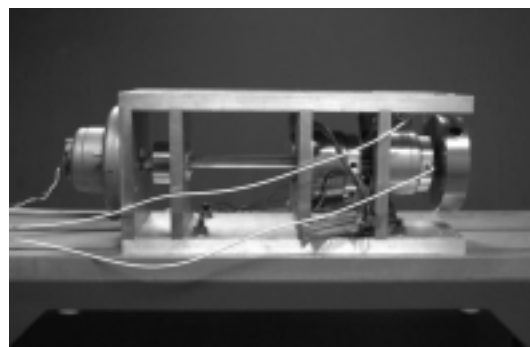
Pred pričetkom merjenja določimo izhodiščno točko položaja gredi ($y = 0$), v katero postavimo izhodišče koordinatnega sistema. Ker koordinatno izhodišče sovпада s središčem ležaja, je določeno s povprečno vrednostjo med zgornjim in spodnjim položajem gredi, kar pa je odvisno od toleranc izdelave in montaže pomožnega ležaja. Kontrolo središča opravimo s preskusom, kjer skozi obe tuljavi vsilimo enak tok in je središče določeno v točki ravnotežja sil obeh elektromagnetov. Razlika med "geometrijskim" in "magnetnim" središčem znaša v obravnavanem primeru $28 \mu\text{m}$.

Sledi meritev sile za posamezne točke (i_{Δ}, y) , kjer pri izbranem položaju rotorja izmerimo sile za vse



Slika 4. Porazdelitev magnetnega polja (1A, 0.1mm)
Figure 4. Magnetic field distribution (1A, 0.1mm)

izbrane vrednosti regulacijskega toka. Opisani postopek ponovimo za vse izbrane položaje.

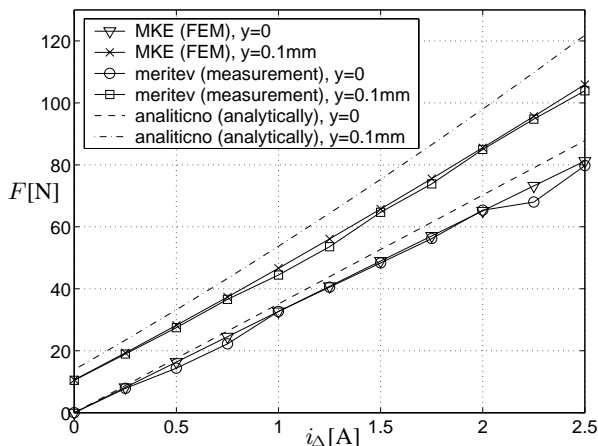


Slika 5. Laboratorijska izvedba magnetnih ležajev
Figure 5. Laboratory implementation of magnetic bearings

5 Rezultati

Karakteristiko sile laboratorijskega magnetnega ležaja $F(i_{\Delta}, y)$ smo določili na dva načina: z izračunom z metodo končnih elementov ter z meritvami na objektu. Za dva položaja je primerjava rezultatov podana na sliki 6, kjer je prikazan tudi potek sile, izračunan z enačbo (1). Celotna karakteristika je prikazana na slikah 7a,b).

Pri numeričnem izračunu sile je zelo pomemben podatek velikost zračne reže, ki ga je zelo težko izmeriti z zadovoljivo natančnostjo. Po drugi strani se magnetna zračna reža navidezno poveča zaradi mehanske obdelave ploščevine [4]. Iz opisanih razlogov smo pri izračunu sile z uporabo metode končnih elementov povečali velikost zračne reže z 0.6mm na 0.663mm . Pri tem smo spreminjali polmer rotorja vse dokler se izračun za primer (1A, 0mm) ni ujema z meritvijo. Po navedeni spremembi zračne reže so se tudi izračuni v drugih točkah linearnega dela karakteristike ujeli z meritvami, kar je potrdilo



Slika 6. Primerjava rezultatov za silo $F(i_{\Delta})$
Figure 6. Comparison of force results $F(i_{\Delta})$

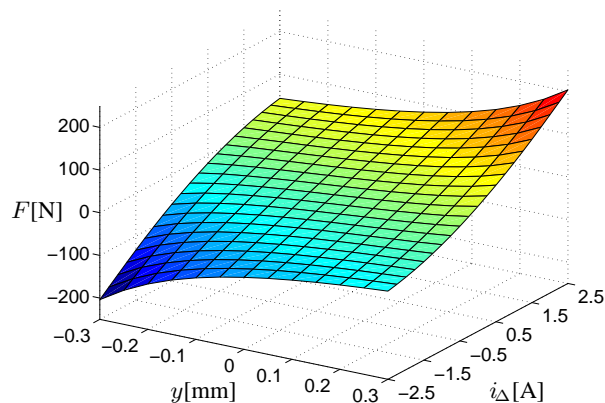
upravičenost opisanih ukrepov. Povečanje zračne reže za 0.063mm je primerljivo z ugotovitvami avtorjev v [4].

Iz slike 6 je očitno, da so sile, izračunane iz enačbe (1), večje kot so v resnici. Tak rezultat lahko pripišemo dokaj neoptimalni geometriji ležaja, zaradi česar prihaja do stresa na robovih polov, nenavadnega sklepanja magnetnih poti ter lokalnih nasičenj (glej sliko 4). Rezultati, izračunani z metodo končnih elementov, se zelo dobro ujemajo z meritvami. Pri večjih odklilih rotorja so absolutni iznosi izmerjene sile večji od izračunanih vrednosti (sliki 7a,b), vendar ne več kot 9 odstotkov.

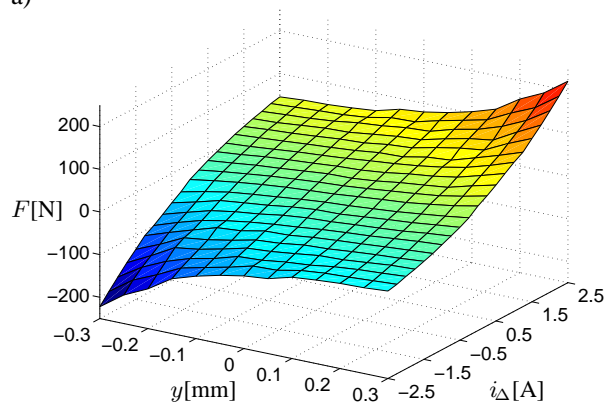
S pomočjo dobljene karakteristike sile določimo tokovno ojačenje k_i za celotno delovno področje kot količnik difference sile in difference regulacijskega toka. Podobno določimo tudi togost položaja k_y kot količnik difference sile in difference položaja rotorja. Rezultati so prikazani na slikah 8a,b) in 9a,b).

6 Sklep

V prispevku smo podali analizo laboratorijske izvedbe radialnega magnetnega ležaja. Zapisali smo matematični model ležaja, za katerega smo vpeljali diferenčno napajanje. Za linearizirani model ležaja smo definirali dva parametra: tokovno ojačenje in togost položaja. Karakteristiko sile smo določili z izračuni, opravljenimi z metodo končnih elementov in uporabo Maxwellovega tenzorja napetosti ter z meritvami na objektu. Ujemanje rezultatov numeričnega izračuna z meritvami je zelo dobro, le pri večjih tokih in manjših zračnih režah prihaja do manjših odstopanj. Iz dobljene karakteristike sile smo določili tokovno ojačenje in togost položaja za celotno delovno področje. Rezultate nameravamo uporabiti za sintezo robustnega vodenja z linearizacijo v celotnem delovnem območju.



a)

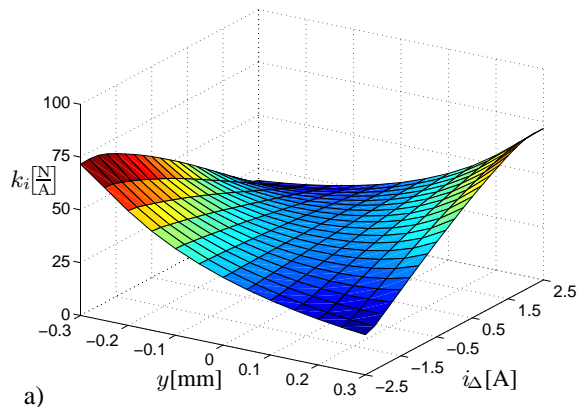


b)

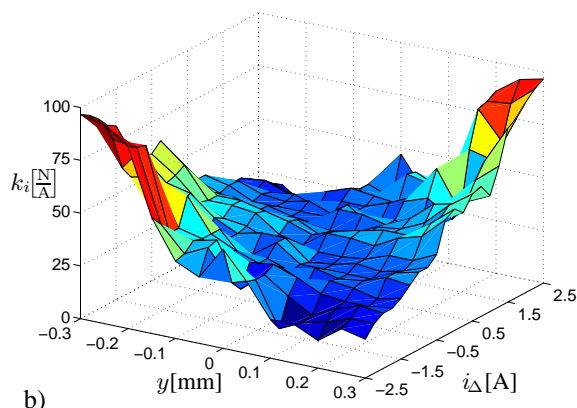
Slika 7. Sila $F(i_{\Delta}, y)$: a) MKE, b) meritve
Figure 7. Force $F(i_{\Delta}, y)$: a) FEM, b) measurements

7 Literatura

- [1] S. Earnshaw, "On the nature of the molecular forces which regulate the constitution of the lumiferous ether," *Transactions of the Cambridge Philosophical Society*, vol. 7, pp. 97–112, 1842.
- [2] G. Schweitzer, H. Bleuler, A. Traxler, *Active magnetic bearings*, ETH Zürich: Vdf Hochschulverlag AG an der ETH Zürich, 1994.
- [3] G. Štumberger, D. Dolinar, B. Štumberger, U. Pahner, K. Hameyer, "Optimiranje radialnega aktivnega magnetnega ležaja," *Elektrotehniški vestnik*, vol. 66, no. 4-5, pp. 307–313, 1999.
- [4] M. Antila, E. Lantto, A. Arkkio, "Determination of forces and linearized parameters of radial active magnetic bearings by finite element technique," *IEEE Transaction on Magnetics*, vol. 34, no. 3, pp. 684–694, 1998.
- [5] U. Pahner, R. Mertens, H. D. Gersem, R. Belmans in K. Hameyer, "A parametric finite element environment tuned for numerical optimization," *IEEE Transaction on Magnetics*, vol. 34, no. 5, pp. 2936–2939, 1998.
- [6] U. Pahner, *A general design tool for the numerical optimization of electromagnetic energy transducers*, doktorsko delo, Katholieke Universiteit Leuven, 1998.



a)



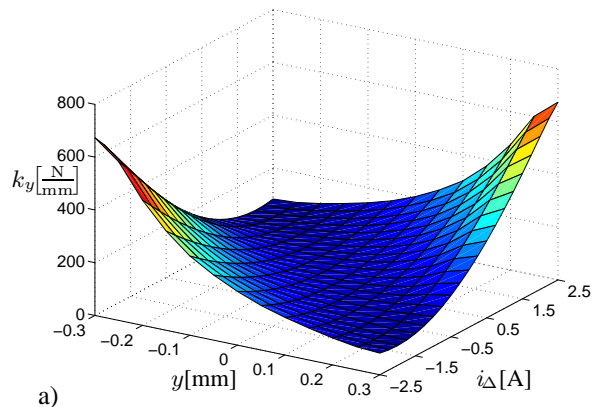
b)

Slika 8. Tokovno ojačanje k_i : a) MKE, b) meritve
Figure 8. Current gain k_i : a) FEM, b) measurements

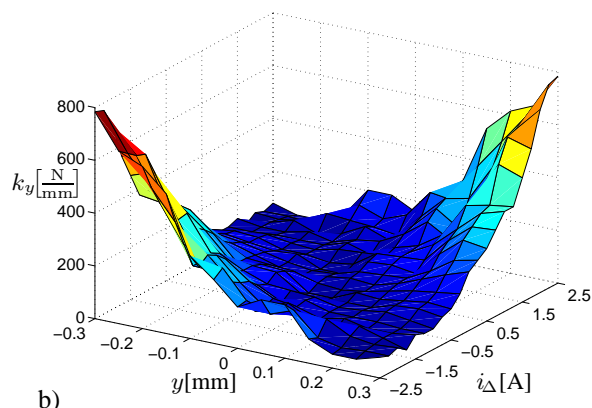
Boštjan Polajžer je diplomiral leta 1997 na Fakulteti za elektrotehniko, računalništvo in informatiko Univerze v Mariboru, kjer je od leta 1998, ko se je vpisal na doktorski študij, tudi zaposlen. Ukvarja se z modeliranjem, analizo in vodenjem aktivnih magnetnih ležajev.

Gorazd Štumberger je diplomiral leta 1989 in magistriral leta 1992 na oddelku ERI Tehniške fakultete Univerze v Mariboru. V letu 1996 je doktoriral na Fakulteti za elektrotehniko, računalništvo in informatiko v Mariboru, kjer je tudi zaposlen. Ukvarja se z modeliranjem in vodenjem elektromehanskih sistemov ter zaščito. Dr. Gorazd Štumberger je član IEEE.

Drago Dolinar je diplomiral, magistriral in doktorat opravil na Tehniški fakulteti Univerze v Mariboru v letih 1978, 1980 in 1985. Od leta 1981 je zaposlen na Fakulteti za elektrotehniko, računalništvo in informatiko v Mariboru. Leta 1996 je bil izvoljen za rednega profesorja. Ukvarja se z modeliranjem in vodenjem elektromehanskih sistemov. Dr. Drago Dolinar je član CIGRE, SLOSIM in IEEE.



a)



b)

Slika 9. Togost položaja k_y : a) MKE, b) meritve
Figure 9. Position stiffness k_y : a) FEM, b) measurements

Kay Hameyer je diplomiral leta 1986 na Univerzi v Hannoveru, doktorat pa leta 1992 na Tehnološki Univerzi v Berlinu. Med letoma 1986 in 1988 je bil zaposlen pri Robert Bosch GmbH v Stuttgartu, med letoma 1988 in 1992 pa na Tehnološki Univerzi v Berlinu. V letih 1992 in 1993 je bil gostujoči profesor na Universidade Federal do Rio de Janeiro v Braziliji in na Université de Batna v Alžiriji. Od leta 1994 je zaposlen na Katholieke Universiteit Leuven v Belgiji, kot profesor. Ukvarja se z numeričnimi izračuni elektromagnetnih polj, z načrtovanjem elektromagnetnih naprav in z numeričnimi optimizacijami. Dr. Kay Hameyer je član mednarodnih združenj Compumag in IEEE.